O IDENTYFIKALNOŚCI GRAMATYK KATEGORIALNYCH MINIMALNYCH ZE WZGLĘDU NA RÓŻNE PORZĄDKI

BARBARA DZIEMIDOWICZ-GRYZ

UNIWERSYTET WARMIŃSKO-MAZURSKI

Systemem gramatycznym nazywamy trójkę $\langle \Omega, S, L \rangle$, gdzie Ω jest klasą gramatyk, S-klasą form zdaniowych, L-funkcją, która przyporządkowuje gramatykom języki przez nie wygenerowane.

Niech $\langle \Omega, S, L \rangle$ będzie systemem gramatycznym. Funkcją uczącą nazywamy częściową funkcję Φ, która przyporządkowuje niepustym, skończonym zbiorom zdań gramatyki . Przez „uczący algorytm” rozumiemy algorytm, który oblicza funkcję uczącą.

Niech $\langle s_i \rangle_{i\in N} = \langle s_0, s_1, ... \rangle$ będzie nieskończonym ciągiem zdań z S.

Funkcja ucząca wyznacza gramatykę $G_i = \phi(\langle s_0,...,s_i \rangle)$dla każdego

$i \in N$ takiego, że Φ jest zdefiniowana dla $\langle s_0,...,s_i \rangle$.

Mówimy, że Φ jest zbieżna do G na $\langle s_i \rangle_{i\in N}$, jeśli $G_i = \phi(\langle s_0,...,s_i \rangle)$ jest

zdefiniowana i jest równa G dla wszystkich $i \geq n$ dla pewnego $n \in N$.

Niech $\Im$ będzie klasą gramatyk z Ω, $L(\Im)$={$L(\Im):G\in\Im$}.

Niech $\langle$ Ω, S, L $\rangle$ będzie systemem gramatycznym i niech $\Im\subseteq\Omega$.

Mówimy, że funkcja Φ identyfikuje klasę $\Im$, jeśli spełniony jest następujący warunek:

dla każdego $L\in L(\Im)$, dla każdego nieskończonego ciągu $\langle s_i\rangle_{i\in N}$ takiego, że $\{s_i : i\in N\} = L$, istnieje gramatyka $G\in\Im$ taka, że $L(G)=L$ i Φ jest zbieżna do G na $\langle s_i\rangle_{i\in N}$.

Mówimy, że klasa $\Im\subseteq\Omega$ jest identyfikowalna, jeżeli istnieje funkcja ucząca Φ, która ją identyfikuje.

Gramatyki kategorialne

Typy: atomowe: s, n

złożone: A\B, A/B

Reguły: A, A\B $\rightarrow$ B

A/B, B $\rightarrow$ A

Gramatyka kategorialna: skończony zbiór reguł postaci

v $\rightarrow$ A, gdzie $v \in \Sigma$, A- typ.

Przykład.

Anna $\rightarrow$ n

tańczy $\rightarrow$ n \ s

nie $\rightarrow$ (n \ s) / (n \ s)

Anna tańczy.

n, n \ s $\rightarrow$ s

Anna nie tańczy.

n, (n \ s)/(n \ s), n \ s $\rightarrow$ s

Struktury funktorowo-argumentowe:

(Anna, tańczy)$_2$,   (nie, tańczy)$_1$

(Anna, tańczy)$_2$ $\rightarrow_G$ s

(Anna, (nie, tańczy)$_1$)$_2$ $\rightarrow_G$ s

FS(∑)- zbiór wszystkich struktur funktorowo-argumentowych nad ∑.

$$FL(G) = \{X \in FS(\Sigma) : X \rightarrow_G s\}$$

GRAMATYKI MINIMALNE

Niech $l = card(\Sigma)$ i niech $c_1,\ldots,c_l$ będą wyrażeniami z alfabetu Σ w ustalonej kolejności. Dla każdej gramatyki kategorialnej G nad alfabetem Σ definiujemy odpowiadający jej wektor v(G) w następujący sposób:

$v(G)=\langle n_1,\ldots,n_l\rangle$, gdzie dla $1 \le j \le l$, $n_j = card(\{A : G : c_j \to A\})$.

Definiujemy częściowy porządek na wektorach w następujący sposób:

$\langle n_1\ldots,n_l\rangle \le \langle m_1,\ldots,m_l\rangle$ wtw gdy dla wszystkich j, takich że $1 \le j \le l$ mamy:

$n_j \le m_j$.

$v_1 < v_2$ wtw gdy $v_1 \le v_2$ i $v_1 \ne v_2$.

Niech $L \subseteq \Sigma^F$. Mówimy,że gramatyka G jest minimalna ze wzgędu na L, jeśli $L \subseteq FL(G)$ i nie istnieje gramatyka G', taka że $v(G') < v(G)$ i $L \subseteq FL(G')$.
Gramatykę G nazywamy minimalną, jeżeli G jest minimalna ze względu na FL(G).
Przez $\zeta_{\min imal}$ będziemy oznaczać klasę gramatyk minimalnych.
$\zeta^k_{\min imal} = \zeta_{\min imal} \cap \zeta_k$, gdzie ζ_k oznacza klasę gramatyk k-wartościowych.

Niech D będzie skończonym zbiorem struktur funktorowo-argumentowych.

$PU_k(\mathrm{A}(D)) = \{m.g.u.(P) : P$ jest k-podziałem $\mathrm{A}(D)\}$

$$VG_k(D) = \{\sigma(GF(D)) : \sigma \in PU_k(\mathrm{A}(D))\}$$
$$MG_k = \{G \in VG_k(D) : \neg\exists_{G' \in VG_k(D)}(v(G') < v(G))\}$$

Niech μ_{FL} będzie obliczalną funkcją, która przyporządkowuje niepustym, skończonym klasom gramatyk ζ gramatykę $G \in \zeta$, taką że FL(G) jest minimalnym elementem zbioru $\{FL(G) : G \in \zeta\}$.

Niech φ_{MG_k} będzie uczącą funkcją zdefiniowaną następująco:

$\varphi_{MG_k}(\langle T_0 \rangle) \cong \mu_{FL}(MG_k(\{T_0\}))$,

$\varphi_{MG_k}(\langle T_0, ..., T_{i+1} \rangle) \cong \varphi_{MG_k}(\langle T_0, ..., T_i \rangle)$ jeśli $\varphi_{MG_k}(\langle T_0, ..., T_i \rangle)$ jest określona i

$T_{i+1} \in FL(\varphi_{MG_k}(\langle T_0, ..., T_i \rangle))$

W przeciwnym wypadku $\varphi_{MG_k}(\langle T_0, ..., T_{i+1} \rangle) \cong \mu_{FL}(MG_k(\{T_0, ..., T_{i+1}\}))$.

Twierdzenie. φ_{MG_k} identyfikuje klasę $\zeta^k_{\min imal}$ ze struktur funktorowo-argumentowych.

Gramatyki minimalne ze względu na pewne liniowe porządki

Niech $\preceq$ będzie liniowym porządkiem na gramatykach kategorialnych, spełniającym warunki:

(G1) $G_1 \subset G_2 \Rightarrow G_1 \prec G_2$,

(G2) quasi-porządek $\leq$ na $\Sigma_{GF(D),B}$ zdefiniowany następująco:

$\alpha \leq \beta$ wtw gdy $\alpha(GF(D)) \preceq \beta(GF(D))$ jest zgodny z R

oraz takim, że dla każdej gramatyki G klasa języków $\{FL(G') : G' \preceq G\}$ ma skończoną elastyczność.

$G_1 \cong G_2$ wtw gdy $G_1 \preceq G_2$ i $G_2 \preceq G_1$.

Niech X będzie dziedzicznym zbiorem podstawień, a R skończoną binarną relacją na zbiorze typów. Quasi-porządek na zbiorze X, spełniający następujące warunki:

(1) jeżeli $Ker_R(\alpha) \subset Ker_R(\beta)$, to $\beta < \alpha$,

(2) jeśli $Ker_R(\alpha) = Ker_R(\beta)$, to $\alpha \approx \beta$ dla wszystkich $\alpha, \beta \in X$

nazywamy zgodnym z R.

Klasa ℓ języków posiada nieskończoną elastyczność, jeżeli istnieje nieskończony ciąg $\langle s_n \rangle_{n\in N}$ form zdaniowych i nieskończony ciąg $\langle L_n \rangle_{n\in N}$ języków z ℓ taki, że dla wszystkich $n \in N \quad s_n \notin L_n$ i $\{s_0,\ldots,s_n\} \subseteq L_{n+1}$.

Mówimy, że klasa ℓ języków posiada skończoną elastyczność wtw gdy nie posiada nieskończonej elastyczności.

Niech $L \subseteq \Sigma^F$. Gramatykę G nazywamy minimalną względem $(L, \preceq)$, jeżeli $L \subseteq FL(G)$ i nie istnieje gramatyka G' taka, że $G' \prec G$ i $L \subseteq FL(G')$.

Gramatykę G będziemy nazywać minimalną względem porządku $\preceq$, jeżeli G jest minimalna względem $(FL(G), \preceq)$.

Klasę gramatyk minimalnych względem porządku $\preceq$ będziemy oznaczać przez $\zeta_{\min imal,\preceq}$.

Twierdzenie

Niech $\preceq$ będzie porządkiem liniowym na gramatykach kategorialnych, spełniającym wyżej podane warunki. Wtedy klasa $\zeta_{\min imal,\preceq}$ jest identyfikowalna ze struktur funktorowo-argumentowych.

Przykładowe liniowe porządki

Niech $l = |\Sigma|$ i niech $c_1,...,c_l$ będą wyrażeniami z $\sum$ w ustalonej kolejności.
Każdej gramatyce kategorialnej nad $\sum$ przyporządkowujemy wektor v(G) zdefiniowany następująco:
$v(G) = \langle n_1,...,n_l \rangle$, gdzie $n_j = |\{A : G : c_j \to A\}|$ dla $1 \leq j \leq l$.

Niech $<_1$ będzie następującą relacją na wektorach w N^l:
$\langle n_1,...,n_l \rangle <_1 \langle m_1,...,m_l \rangle \Leftrightarrow (n_1 + ... + n_l < m_1 + ... + m_l) \vee$
$(n_1 + ... + n_l = m_1 + ... + m_l \wedge \exists_{1 \leq k \leq l} [(\forall_{i<k} n_i = m_i) \wedge (n_k < m_k)])$.

Niech $\preceq_1$ będzie liniowym porządkiem na gramatykach kategorialnych zdefiniowanym następująco:
$G_1 \preceq_1 G_2$ wtw gdy $v(G_1) \leq_1 v(G_2)$.

Niech $\leq_2$ będzie następującą relacją na wektorach w N^l:

$$\langle n_1,\dots,n_l\rangle \leq_2 \langle m_1,\dots,m_l\rangle \Leftrightarrow (n_1+\dots+n_l \leq m_1+\dots+m_l)$$

Niech $\preceq_2$ będzie liniowym porządkiem na gramatykach kategorialnych zdefiniowanym następująco:

$G_1 \preceq_2 G_2$ wtw gdy $v(G_1) \leq_2 v(G_2)$.

Niech $\leq_3$ będzie następującą relacją na wektorach w N^l:

$$\langle n_1,\dots,n_l\rangle \leq_3 \langle m_1,\dots,m_l\rangle \Leftrightarrow \exists_{k\in\{1,\dots,l\}}\left[\left(\forall_{i<k} n_i = m_i\right)\wedge\left(n_k < m_k\right)\right]\vee\forall_{i\in\{1,\dots,l\}}\left(n_i = m_i\right)$$

Niech $\preceq_3$ będzie liniowym porządkiem na gramatykach kategorialnych zdefiniowanym następująco:

$G_1 \preceq_3 G_2$ wtw gdy $v(G_1) \leq_3 v(G_2)$.

Przykład

Niech D będzie następującą próbką językową:

D={ (Jan,(słucha, bluesa)$_1$)$_2$, ((tylko, Jan)$_1$,(słucha, bluesa)$_1$)$_2$, (Jan,((tylko, słucha)$_1$, bluesa)$_1$)$_2$}.

Gramatyka GF(D) wygląda następująco:

Jan$\rightarrow x_1, x_3, x_5$

tylko$\rightarrow x_8/x_3, ((x_5\backslash t)/x_7)/x_6$

słucha$\rightarrow (x_1\backslash t)/x_2, (x_8\backslash t)/x_4, x_6$

bluesa$\rightarrow x_2, x_4, x_7$

Gramatyka GF(D) nie jest unifikowalna. Szukamy optymalnych unifikatorów. Są nimi następujące podstawienia:

(1) $[x_3{:}x_1,\ x_4{:}x_2,\ x_5{:}x_1,\ x_6{:}(x_1\backslash t)/x_2,\ x_7{:}x_2,\ x_8{:}x_1]$

(2) $[x_3{:}x_1,\ x_4{:}x_2,\ x_5{:}x_1,\ x_6{:}x_1,\ x_7{:}x_2,\ x_8{:}(x_1\backslash t)/x_2]$

Po zastosowaniu tych podstawień otrzymujemy następujące gramatyki:

(1) Jan$\rightarrow x_1$

tylko$\rightarrow x_1/x_1,\ ((x_1\backslash t)/x_2)/((x_1\backslash t)/x_2)$

słucha$\rightarrow (x_1\backslash t)/x_2$

bluesa$\rightarrow x_2$

(2) Jan$\rightarrow x_1$

tylko$\rightarrow ((x_1\backslash t)/x_2)/x_1$

słucha$\rightarrow (x_1\backslash t)/x_2,\ ((x_1\backslash t)/x_2)\backslash t)/x_2,\ x_1$

bluesa$\rightarrow x_2$

Gramatyka (1) jest minimalna względem porządków $\preceq_1$ oraz $\preceq_2$.

Gramatyka (2) jest minimalna względem porządku $\preceq_3$.